Educación Permanente

Tema 4: Lo más normal del mundo

Imagen de Arenamontanus bajo licencia Creative Commons

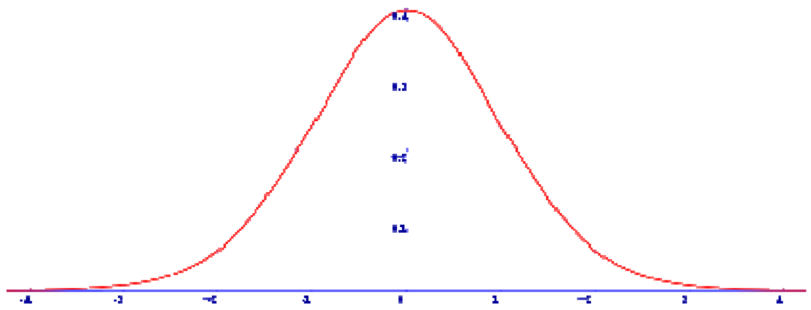
La distribución continua más usual: La Normal

Distribuciones continuas

- Cuando al hacer un experimento aleatorio el resultado puede ser cualquier número dentro de un intervalo.
- Las probabilidades puntuales son nulas; $P(X=a) = 0$.
- Se calculan probabilidades de intervalos.
- $P(X \leq a) = P(x<a)$ y $P(X \geq a) = P(X>a)$. Es decir, no influye que el extremo del intervalo entre o no en el mismo para calcular una probabilidad.
- La función de densidad, similar a la función de probabilidad en variables discretas, marca el cálculo de probabilidades, pues ésta es el área limitada por el eje X y la función de densidad en el intervalo donde queremos calcular la probabilidad.

Distribución Normal

- Se representa X~N(μ,σ) donde el primer parámetro expresa la media y el segundo la desviación típica.



•Aparece en multitud de situaciones biológicas, psicológicas, sociológicas,etc.

•La N(0,1) es la normal estándar y la que aparece en las tablas.

Tipificar la variable

- Consiste en transformar cualquier variable normal en una normal N(0,1).
- Se resta la media y se divide por la desviación típica.
- X~N(μ,σ)→ $Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}\sim N(0,1)$

  – Ejemplo: Si X~N(5,2); P[X≤3] = P[Z≤(5-3)/2]=P[Z≤1]

Cálculo de probabilidades

- Se calculan a partir de la tabla de la N(0,1)
- Para buscar en la tabla, en las filas buscamos la parte entera y el primer decimal y en las columnas el segundo decimal. El resultado es la probabilidad en la que se cruzan.
- Si a=4 ó mayor, $P(Z \leq 4) = 1$.

Tipificación: $z_0 = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$P(Z \leqslant 2{,}12)$

0 z_0

z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9
2,0	0,9772	0,9778	[illegible]	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9

- $P(Z \leq a) \rightarrow$ A partir de la tabla.
- $P(Z > a) = 1 - P(Z \leq a)$ y ésta a partir de la tabla.
- $P(Z \leq -a) = 1 - P(Z \leq a)$ y ésta a partir de la tabla.
- $P(Z > -a) = P(Z \leq a)$ y miramos en la tabla.
- $P(a \leq Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)$ y éstas a partir de la tabla o aplicando lo anterior.

Aproximación Binomial-Normal

- Si X ~ B(n,p), X se puede aproximar a una normal.
- Tienen que cumplirse dos condiciones para que la aproximación sea buena:
  - $n \geq 30$.
  - $n \cdot p \geq 5$ y $n \cdot (1-p) \geq 5$.
- Si se cumple, X ~B(n,p) se aproxima a:
  X' ~ $N\left(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}\right)$