Matemáticas, juego,...fortuna: ¡Campana y se acabó!

Distribución Normal

Imagen de Adrián Pérez bajo licencia Creative Commons

*"Si los griegos la hubieran conocido la habrían adorado como a un Dios" , **Francis Galton**.*

Variables aleatorias continuas

Imagen de Dani Begood bajo licencia Creative Commons

Una variable aleatoria es **continua** si al realizar el experimento aleatorio, entre cada dos valores, el número de valores que puede tomar es infinito.

Si X es una variable aleatoria continua, la probabilidad de que tome un valor concreto es cero.
$P[X = a] = 0$, para cualquier valor de a.

Con variables continuas, las probabilidades se calculan sobre intervalos y serán de esta forma:

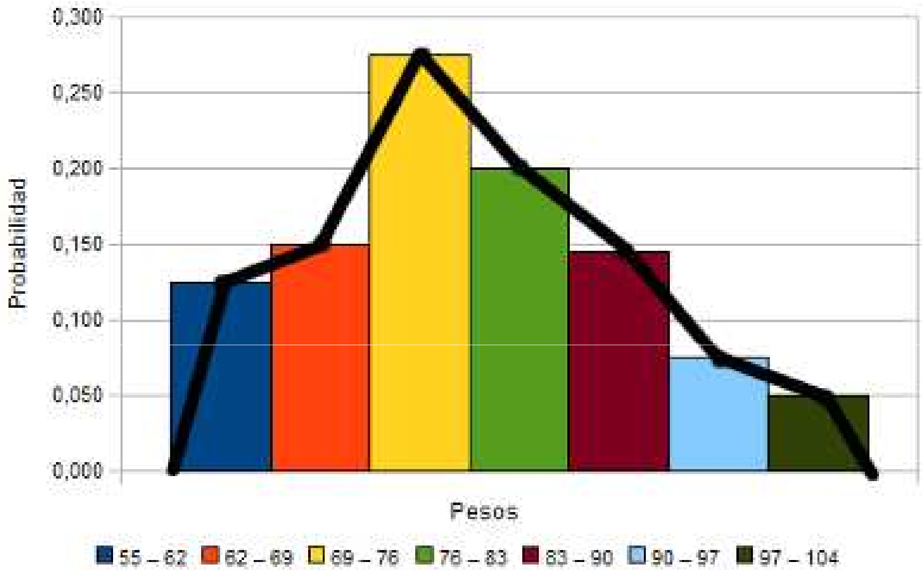
- $P(a \le X \le b)$
- $P(X \ge a)$
- $P(X \le b)$

Función de densidad

En las variables continuas los datos se agrupan en **intervalos**.

El equivalente de la **función de probabilidad** de las variables discretas es la **función de densidad** en las variables continuas.

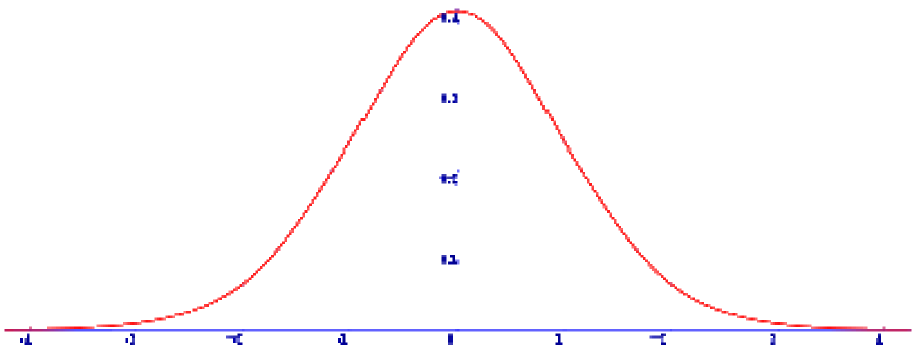
Si en un histograma dibujamos el **polígono de frecuencias** y hacemos que los intervalos tengan una amplitud muy pequeña, esa línea poligonal va cogiendo cada vez una forma más redondeada, formando la **función de densidad**.



La **probabilidad** en un intervalo se calcula como el **área** encerrada bajo la función de densidad en ese intervalo.

El área total vale 1.

Distribución Normal



La gráfica tiene forma de campana, por eso también se le llama "Campana de Gauss".

Los parámetros que caracterizan y distinguen cada distribución normal (al igual que "n" y "p" en la binomial), son la **media μ** y la **desviación típica σ.**

Conocidos estos dos parámetros, si X sigue una distribución normal de parámetros μ y σ, **X~N(μ , σ),** la función de densidad de X será:

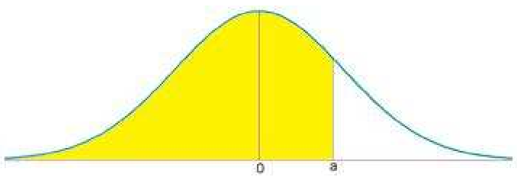
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, x \in \Re$$

La distribución normal más elemental y la que se denomina estándar es la que tiene de media 0 y de desviación típica 1, es decir, la normal **N(0,1)** y las variables aleatorias que siguen esta distribución se suelen representar con la letra **Z** para distinguirla.

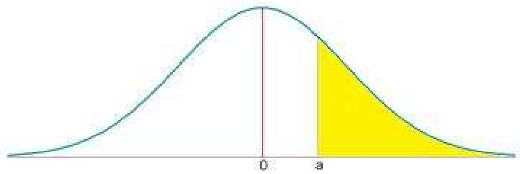
Resumen

Z~N(0,1)

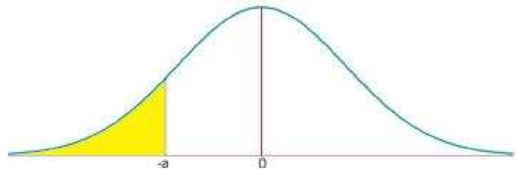
$P(Z \le a)$



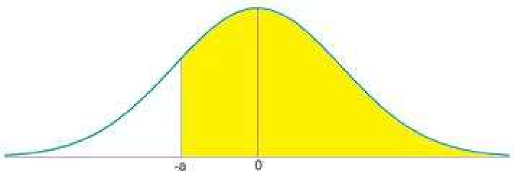
$P(Z > a) = 1 - P(Z \le a)$



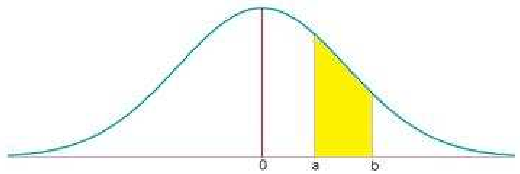
$P(Z \le -a) = 1 - P(Z \le a)$



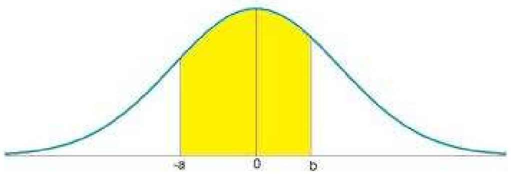
$P(Z > -a) = P(Z \le a)$



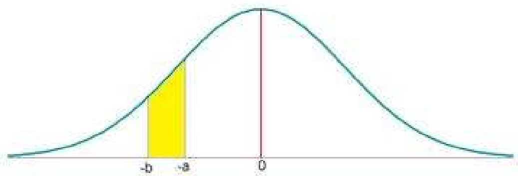
$P(a < Z \le b) = P(Z \le b) - P(Z \le a)$



$P(-a < Z \le b) = P(Z \le b) - [1 - P(Z \le a)]$



$P(-b < Z \le -a) = P(a < Z \le b)$



Tipificar

Imagen de Chris Brown bajo licencia Creative Commons

Tipificar una variable aleatoria continua que sigue una distribución normal de parámetros μ y σ, consiste en convertirla en una Normal de parámetros 0 y 1. Para ello, se le resta a la variable el valor de la media y se divide todo por el valor de la desviación típica. Es decir:

$$Si \;\; X \sim N(\mu,\sigma) \longrightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$